

DS SCIENCES PHYSIQUES MATHSPÉ

calculatrice: autorisée

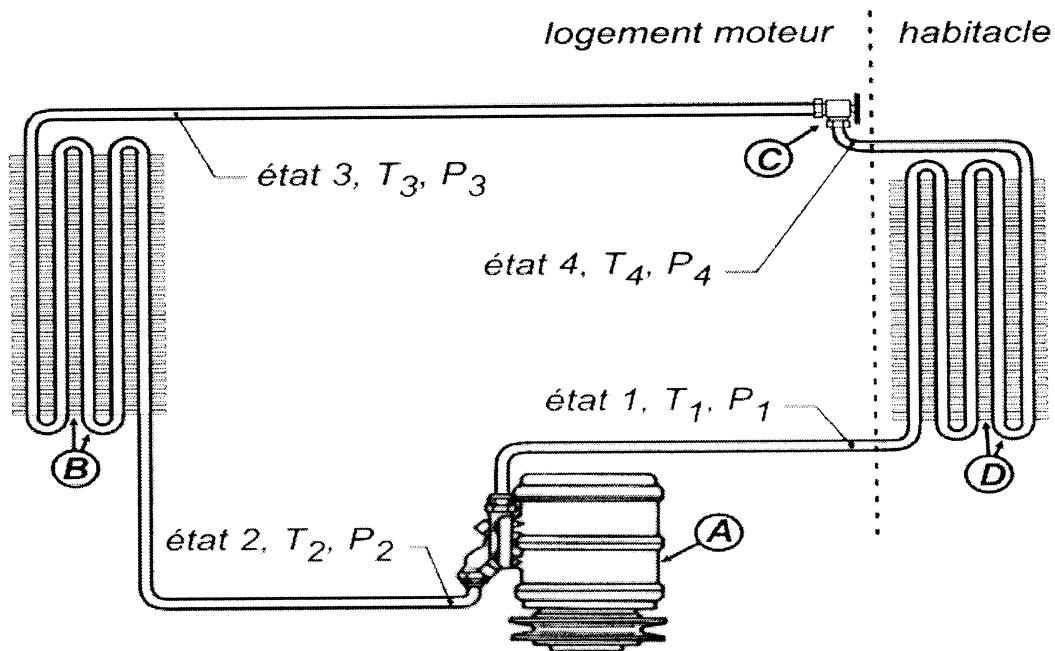
durée: 4 heures

Sujet

<u>Climatisation d'une automobile</u>	2
I. <u>Analyse du cycle</u>	3
II. <u>Compression</u>	3
A. <u>Cas général d'une compression adiabatique</u>	5
B. <u>Cas d'une compression adiabatique réversible</u>	5
C. <u>Cas d'une compression brusque</u>	6
D. <u>Surconsommation en carburant</u>	6
III. <u>Efficacité de la climatisation</u>	6
<u>L'expérience d'Elihu Thomson</u>	7
I. <u>Considérations générales</u>	8
A. <u>Champ créé par le solénoïde</u>	8
B. <u>Mutuelle inductance</u>	8
C. <u>Force de Laplace</u>	8
D. <u>Force électromotrice induite</u>	9
E. <u>Nombre de spires et inductances</u>	9
II. <u>Modélisations successives</u>	9
A. <u>Première approche</u>	9
B. <u>Deuxième approche</u>	10
C. <u>Troisième approche</u>	10
1) <u>Calculs théoriques</u>	10
2) <u>Application numérique</u>	10

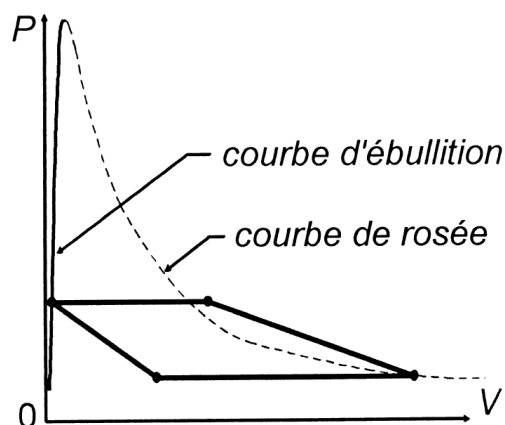
Climatisation d'une automobile

Plus de 80% des automobiles neuves commercialisées en France en 2010 étaient équipées d'un dispositif de climatisation. Celui-ci est principalement composé d'un compresseur A , de deux échangeurs (un condenseur B et un évaporateur D) et d'un robinet de laminage C (voir figure).



Entraîné par le moteur de la voiture, le compresseur aspire le fluide réfrigérant à basse pression et à l'état de vapeur (*état 1*), et le refoule à haute pression, toujours à l'état de vapeur (*état 2*). Le fluide traverse ensuite le condenseur où, au contact thermique de l'air extérieur, il se condense entièrement à pression constante (*état 3*).

La pression du fluide est ensuite abaissée jusqu'à l' *état 4* par son passage par le robinet de laminage. Dans l'évaporateur, au contact de l'air contenu dans l'habitacle, le fluide s'évapore entièrement à pression constante pour retourner à l' *état 1* . Le cycle réalisé est représenté schématiquement sur la figure suivante.



Le dispositif permet de maintenir la température de l'air de l'habitacle à $T_F=20^\circ C$. La température de l'air extérieur est prise égale à $T_C=35^\circ C$ (l'été).

Le fluide frigorigène subissant le cycle est du tétrafluoroéthane. Il s'agit d'un corps pur, et non d'un mélange. Sa pression de vapeur saturante, pour la gamme de températures allant de $-10^\circ C$ à $80^\circ C$, est donnée par: $P_V = \exp(10,77 - \frac{2644}{T})$, avec P en bar et T en kelvin.

A l'état de vapeur, le fluide est assimilé à un gaz parfait idéal de masse molaire $M=102 \text{ g.mol}^{-1}$, de capacité thermique massique à pression constante notée c_P , d'exposant adiabatique $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1,12$. La constante des gaz parfaits vaut $R=8,31 \text{ J.mol}^{-1} . K^{-1}$

I. Analyse du cycle

- Reproduire sommairement la figure représentant le cycle sur la copie. Numéroté les points correspondant aux états 1 à 4, et indiquer le sens de parcours du cycle.
- Pour assurer un échange thermique efficace dans le condenseur et l'évaporateur, un écart ΔT de $10^\circ C$ est nécessaire, en valeur absolue, entre la température de l'air et celle du fluide frigorigène.
 - Dans le condenseur, le fluide frigorigène doit-il gagner ou perdre de l'énergie thermique. Même question au niveau de l'évaporateur. Justifier.
 - Expliquer pourquoi il est nécessaire que $T_1 < T_F$ et $T_3 > T_C$ où T_1 est la température du fluide dans l'état 1 (en sortie de l'évaporateur), et T_3 dans l'état 3 (en sortie du condenseur).
 - Calculer numériquement T_1 et T_3 en tenant compte de l'écart proposé ΔT .
 - Exprimer T_4 la température en entrée de l'évaporateur, en fonction de T_1 . Justifier.
- Calculer numériquement la pression P_3 du fluide dans l'état 3 et P_4 dans l'état 4.

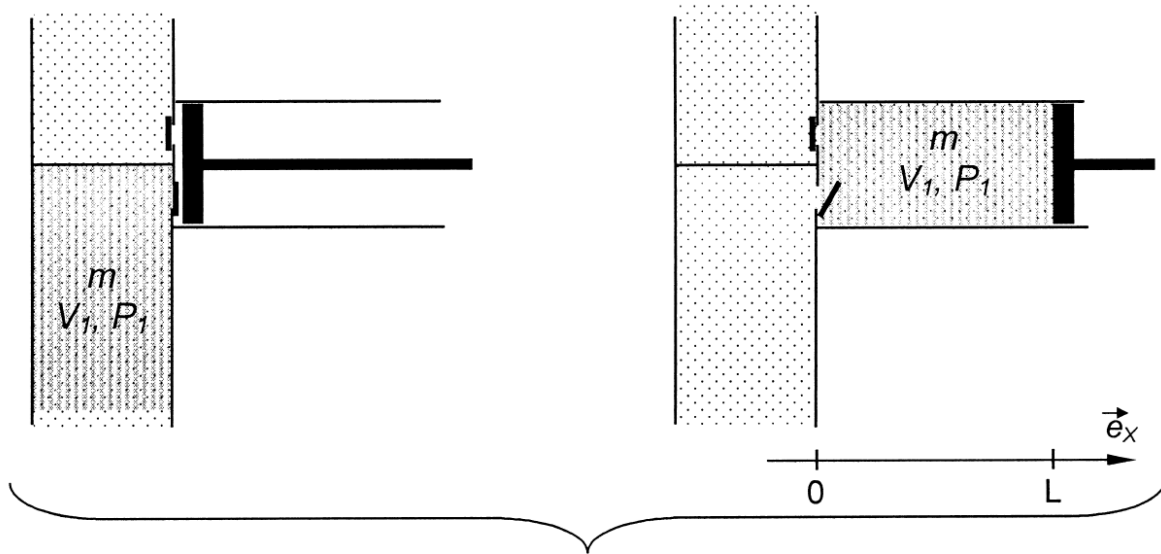
II. Compression

Le compresseur fonctionne de manière cyclique. Chaque cycle comprend trois phases, comme le montre la figure ci-dessous:

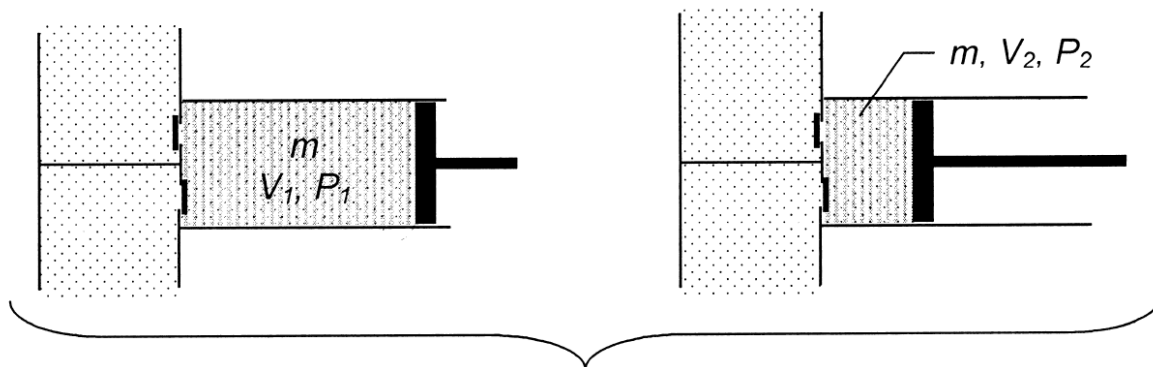
- phase a : aspiration d'une masse m de fluide, à la pression P_1 et à la température T_1
- phase b : compression de cette même masse de fluide jusqu'à la pression P_2
- phase c : refoulement.

La volume de la masse m de fluide est noté V_1 en entrée du compresseur, et V_2 en sortie. Son énergie interne est notée U_1 en entrée et U_2 en sortie. La section du piston est notée S .

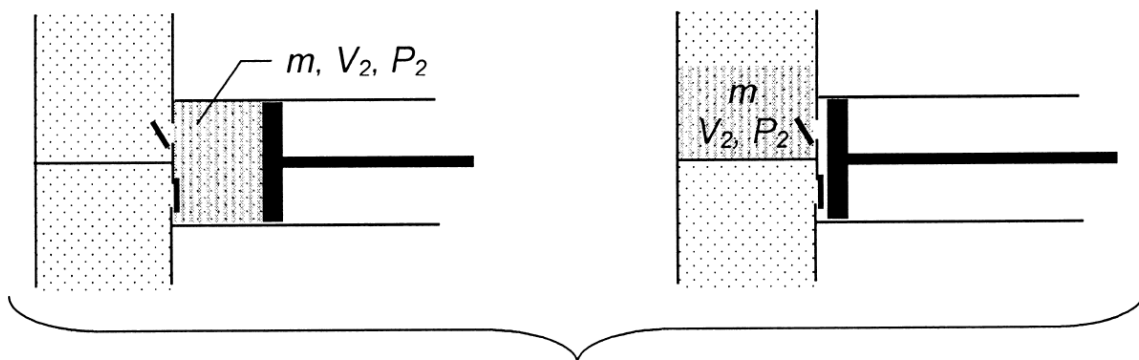
Toutes les transformations sont adiabatiques.



phase a : aspiration



phase b : compression



phase c : refoulement

On envisagera deux cas: le cas d'une compression réversible puis le cas d'une compression brusque.

A. Cas général d'une compression adiabatique

4. Tracer l'allure de la pression $P(x)$ exercée par le fluide sur le piston, en fonction de sa position x au cours du cycle (cf : diagramme de Watt). Indiquer les coordonnées intéressantes sur le graphe. (Aucun calcul n'est demandé et pour la phase b inconnue, le tracé reste qualitatif).

5. Déterminer l'expression:

- de la force vectorielle exercée par le piston sur le fluide en faisant intervenir la pression P_{piston} exercée par le piston sur le gaz
- du travail élémentaire δW reçu par le fluide au niveau du piston
- du travail W_c reçu par le fluide de la part du piston pendant la phase de refoulement c . Cette phase est supposée réversible.
- du travail W_a reçu par le fluide de la part du piston pendant la phase a . Cette phase est supposée réversible.
- du travail W_b reçu par le fluide de la part du piston pendant la phase b , en fonction de U_1 et U_2 .

6. Ce travail fourni par le piston provient d'une part de la pression atmosphérique P_{atm} qui s'exerce sur l'autre face du piston, d'autre part du compresseur. Pourquoi le travail W_{atm} fourni au gaz au cours d'un cycle par la seule pression atmosphérique P_{atm} n'est-il pas à prendre en compte?

7. Exprimer finalement le travail total W_{TOTAL} fourni par le compresseur au cours d'un cycle, en fonction de H_1 et H_2 .

8. Le résultat précédent ne semble pas en accord avec le premier principe sous sa forme classique: $\Delta U = W + Q$. Quelle en est la raison?

B. Cas d'une compression adiabatique réversible

La compression (étape b) est supposée réversible dans un premier temps. Dans ce cas W_{TOTAL} est noté W_{IDEAL} .

9. Exprimer W_{IDEAL} en fonction de m , c_p , γ , T_1 et du rapport P_2/P_1 . Toutes les formules utilisées sont à démontrer. On démontrera notamment l'expression de l'entropie pour un gaz parfait en fonction des variables intensives.

10. Retrouver l'expression de c_p en fonction des données.

11. Application numérique:

- calculer c_p
- calculer W_{IDEAL} pour un kg de fluide.
- calculer T_2

C. Cas d'une compression brusque

En réalité, la compression est adiabatique mais brutale. Le piston exerce sur le fluide une pression P_2 pendant toute la phase de compression. Le travail total fourni au cours du cycle par le compresseur est noté W_{REEL} .

12. Tracer sur le même graphe l'allure de la pression $P(x)$ exercée par le piston, pour l'ensemble du cycle dans le cas précédent et dans ce cas. Comparer graphiquement W_{REEL} et W_{IDEAL} . Justifier avec précision la réponse.

13. Exprimer W_{REEL} en fonction de m , M , R , T_1 et du rapport P_2/P_1 .

14. Application numérique: calculer W_{REEL} pour un kg de fluide.

15. Comparer, par un raisonnement sans calcul, la température à la fin de la compression brutale avec celle à la fin de la compression supposée réversible. Pour quelles raisons serait-il intéressant de réaliser une compression moins brutale?

16. Exprimer et calculer T_2 pour la compression brusque.

D. Surconsommation en carburant

La durée d'un aller-retour du piston est notée τ ; si bien que W_{REEL} s'exprime comme $W_{REEL} = \mathcal{P}_{REEL} \tau$, où \mathcal{P}_{REEL} est la puissance mécanique fournie par le compresseur. Par ailleurs, D est le débit massique du fluide circulant dans la climatisation.

L'étude de l'évaporateur permet de montrer qu'un débit massique $D = 0,015 \text{ kg.s}^{-1}$ est nécessaire pour prélever une puissance $\mathcal{P}_U = 2,0 \text{ kW}$ à l'air de l'habitacle.

Enfin, l'analyse précédente a permis de calculer le rapport P_2/P_1 .

17. Déterminer l'expression puis la valeur numérique de \mathcal{P}_{IDEAL} et de \mathcal{P}_{REEL} .

La combustion complète du type d'essence utilisée dans le moteur de la voiture dégage une énergie thermique de 35 MJ.L^{-1} . Cette combustion se fait avec un rendement global de 10%.

18. Calculer la valeur de la sur-consommation de carburant, en L.h^{-1} liée au fonctionnement spécifique de cette climatisation.

III. Efficacité de la climatisation

19. Définir l'efficacité e_{REEL} de cette climatisation (en utilisant les grandeurs définies ci-dessus), et justifier, en quelques mots, le bien fondé de cette définition.

20. Démontrer que l'efficacité e d'une climatisation fonctionnant entre deux thermostats de température T_C (source chaude) et T_F (source froide) est maximale pour un fonctionnement réversible et retrouver l'expression de l'efficacité maximale e_{CARNOT} en fonction de T_C et T_F .

21. Calculer les valeurs de e_{REEL} (compression adiabatique brutale), e_{IDEAL} (compression adiabatique et réversible) et e_{CARNOT} pour cette climatisation. Commenter.

L'expérience d'Elihu Thomson

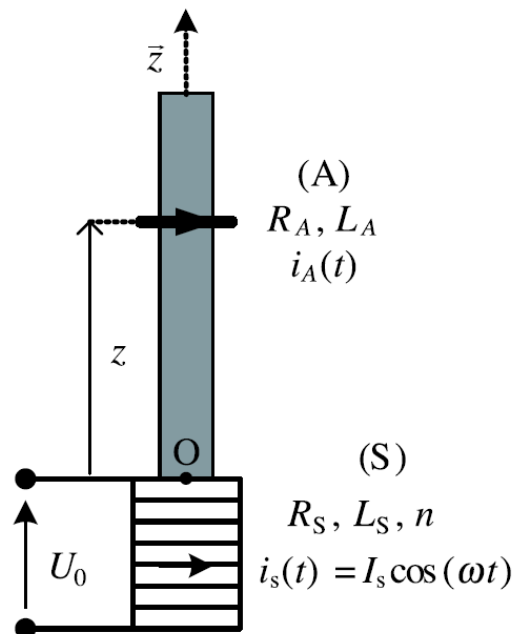
Un solénoïde (S), de section circulaire, d'axe vertical ascendant Oz , de rayon b et comprenant n spires jointives par unité de longueur est parcouru par un courant, d'intensité instantanée $i_s(t)$. On note R_S la résistance électrique de l'enroulement et L_S son inductance propre.

Un anneau métallique indéformable circulaire (A), de masse m , de rayon a , d'épaisseur négligeable et d'axe Oz , est initialement maintenu en $z=0$ au niveau de la face supérieure du solénoïde (voir figure). Cet anneau est mobile sans frottement et sans jeu, parallèlement au plan horizontal et en restant centré sur l'axe. Il comprend selon les expériences $N=1$ ou $N=2$ spires toujours identiques, en série. On note R_A la résistance électrique de l'anneau et L_A son inductance propre. L'intensité du courant instantané induit dans l'anneau est notée $i_A(t)$.

(Le rôle du cylindre central, nommé noyau magnétique et représenté en grisé dans la figure, sera précisé ultérieurement)

L'inductance mutuelle entre (S) et (A), notée M , dépend de z et bien sûr de N

L'axe vertical ascendant est représenté par le vecteur unitaire \vec{u}_z . Les vecteurs horizontaux \vec{u}_x et \vec{u}_y complètent la base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. L'origine O de l'axe Oz est au centre de la face supérieure du solénoïde, qui est donc situé dans la région $z < 0$.



L'ensemble du dispositif jouit donc de la symétrie cylindrique autour de l'axe Oz ; les conventions d'orientation des deux circuits sont les mêmes.

À l'instant initial, l'anneau est libéré.

On constate les faits suivants:

- *F1* L'anneau (*A*), projeté vers le haut, se stabilise à une certaine hauteur z_0 . La position d'équilibre est stable.
- *F2* Un anneau constitué de deux spires identiques (masse totale $m = m_2 = 2m_1$) se stabilise plus haut qu'un anneau constitué d'une seule spire, identique aux deux premières.
- *F3* Les cotes d'équilibre pour deux anneaux géométriquement identiques, mais constitués l'un en aluminium l'autre en cuivre sont différentes : $z_0(Al) > z_0(Cu)$.

Le problème propose une modélisation de plus en plus fine de l'expérience afin de rendre compte des observations.

I. Considérations générales

On suppose que le noyau n'a pas de propriété électromagnétique particulière, il ne sert qu'à guider le mouvement de l'anneau et tout se passe comme si ce dernier évoluait dans le vide.

A. Champ créé par le solénoïde.

L'intensité instantanée dans le solénoïde est $i_s(t) = I_s \cos(\omega t)$.

On admet que le rayon a de l'anneau est suffisamment petit ($a \ll b$) pour que l'on puisse travailler au premier ordre en r , en négligeant les termes du deuxième ordre.

On note, en coordonnées cylindriques, $\vec{B}(r, z; t) = \vec{B}(r, z) \cos(\omega t)$ le champ créé en un point $P(r, \theta, z)$ par le solénoïde. Sur l'axe Oz , on pose $\vec{B}(0, z) = \vec{B}_0(z) = B_0(z) \vec{u}_z$, ce qui définit la fonction $B_0(z)$ (avec $\vec{B}(0, z; t) = \vec{B}_0(z) \cos(\omega t)$). Au voisinage de l'axe, au premier ordre en r , on admet que $\vec{B}(r, z) = B_0(z) \vec{u}_z + B_r(r, z) \vec{u}_r$ où \vec{u}_r est, en coordonnées cylindriques, le vecteur unitaire radial.

On considère le flux du champ magnétique à travers un cylindre élémentaire d'axe Oz , de rayon r et de hauteur dz .

1. Écrire, en utilisant l'expression proposée pour $\vec{B}(r, z)$ le flux élémentaire sortant de la surface latérale du cylindre élémentaire.
2. Écrire le flux élémentaire sortant de l'ensemble des deux bases du cylindre élémentaire
3. Montrer que le champ radial en un point $P(r, \theta, z)$ au voisinage immédiat de l'axe est

$$\vec{B}_r(r, z; t) = -\frac{1}{2} r \frac{dB_0(z)}{dz} \cos(\omega t) \vec{u}_r.$$

B. Mutuelle inductance

L'anneau se trouve à la cote z .

4. Donner une première expression du flux $\phi_0(z; t)$ du champ magnétique créé par le solénoïde dans l'anneau en fonction de $\phi_0(z) = \pi a^2 B_0(z)$, de N et de ω .
5. Donner une seconde expression de ce flux faisant notamment intervenir la mutuelle inductance $M(z)$ et une intensité à préciser.

C. Force de Laplace

L'anneau se trouve à la cote z .

La force de Laplace sur l'anneau résulte uniquement du champ magnétique créé par le solénoïde.

6. Dans la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, exprimer les composantes de la force élémentaire de Laplace, $d\vec{F}_L$ subie par un élément $d\vec{l}$ de l'anneau en fonction de $i_A(t)$, a , $d\theta$, $B_0(z)$, $\frac{dB_0(z)}{dz}$, $\cos(\omega t)$.

7. Montrer que \vec{F}_L est selon \vec{u}_z .

8. Montrer que $F_L(z, t) = i_A(t) i_S(t) \frac{dM}{dz}$.

D. Force électromotrice induite

L'anneau se trouve maintenu à la cote z .

9. Donner l'expression de la force électromotrice (fém) induite dans (A) à cause du champ magnétique créé par (S) en fonction de N , ω , $\phi_0(z)$ et $\sin(\omega t)$.

10. Expliciter la réponse en fonction de $i_S(t)$ et de $M(z)$.

E. Nombre de spires et inductances

L'inductance propre d'une spire de l'anneau est notée ℓ_A .

11. Montrer que l'inductance propre de (A) est $L_A = N^2 \ell_A$.

12. Montrer que l'inductance mutuelle, M , varie linéairement avec N ; on notera $M = N M_1$, ce qui définit M_1 .

II. Modélisations successives

Le but de cette partie est d'interpréter les observations $F1-F2-F3$. On n'explicite plus la forme du champ \vec{B} , seuls interviendront dans les résultats les inductances et les autres paramètres des circuits.

On suppose que l'anneau est fixe (il n'y a pas de variation de flux, et donc de fém associée à un mouvement).

A. Première approche

On impose $i_S(t) = I_S \cos(\omega t)$.

On suppose provisoirement que l'inductance propre de (A) , L_A est nulle mais pas la résistance R_A .

13. Donner l'expression de $i_A(t)$ en fonction de $M(z)$, R_A , I_S , ω , t .

14. Donner l'expression de $\vec{F}_L(z, t)$.

15. L'anneau réagit avec un temps de réponse grand par rapport à la période du courant. On suppose alors que l'anneau n'est sensible qu'à la valeur moyenne dans le temps de la résultante des forces

de Laplace, $\langle \vec{F}_L \rangle_t$. Déterminer $\langle \vec{F}_L \rangle_t$.

16. Que doit-on conclure de cette première approche?

B. Deuxième approche

On impose $i_S(t) = I_S \cos(\omega t)$.

On suppose que l'inductance propre de (A), L_A n'est pas nulle mais que la résistance R_A est nulle.

17. Donner l'expression de $i_A(t)$ en fonction de M , L_A , I_S , ω , t .

18. Donner l'expression de $\vec{F}_L(z, t)$. On fera intervenir $\frac{d(M^2)}{dz}$.

19. Déterminer $\langle \vec{F}_L \rangle_t$.

20. Ce résultat est-il compatible avec l'observation F1 (l'anneau (A) est projeté vers le haut)?

21. Étudier la dépendance de $\langle \vec{F}_L \rangle_t$ par rapport au nombre de spires N de l'anneau?

L'expression obtenue pour $\langle \vec{F}_L \rangle_t$ est-elle compatible avec l'observation F2 ?

C. Troisième approche

Aucune des grandeurs, L_A ni R_A , n'est supposée nulle.

La tension aux bornes du solénoïde (inductance propre L_S et résistance R_S) est cette fois imposée est vaut $u_S(t) = U_0 \cos(\omega t)$. L'inductance mutuelle est $M(z)$.

1) Calculs théoriques

22. Écrire la loi des mailles pour le solénoïde et pour l'anneau.

23. On note en représentation complexe I_A et I_S les amplitudes complexes des intensités $i_A(t)$ et $i_S(t)$. On note $Z_A = R_A + j L_A \omega = |Z_A| \exp(j \varphi_A)$, $Z_S = R_S + j L_S \omega = |Z_S| \exp(j \varphi_S)$ et $Z_{AS} = j M \omega$. Exprimer I_A et I_S en fonction de Z_A , Z_S , Z_{AS} et U_0 .

24. On pose $(D)^2 = Z_A Z_S + M^2 \omega^2 = |D|^2 \exp(2j \varphi_D)$. Déterminer $i_S(t)$ en fonction de $|Z_A|$, $|D|$, U_0 , φ_A , φ_D , ω , t . Déterminer $i_A(t)$ en fonction de M , $|D|$, U_0 , φ_D , ω , t .

25. Déterminer $\langle \vec{F}_L \rangle_t$ en fonction de $\frac{d(M^2)}{dz}$, $|Z_A|$, $|D|$, U_0 , φ_A , ω .

26. Établir la relation suivante pour la force moyenne subie par un anneau constitué de N spires :

$$\langle F_L \rangle_t \propto \frac{N^2}{[r_A R_S + N \omega^2 (M^2 - \ell_A L_S)]^2 + \omega^2 (r_A L_S + N \ell_A R_S)^2} \text{ où le symbole « } \propto \text{ » signifie « } \propto \text{ »}$$

est, toutes choses égales par ailleurs, proportionnel à ... ». Avec r_A : résistance d'une spire de l'anneau.

2) Application numérique

On donne:

$$\omega = 100\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} (50 \text{ Hz})$$

$$M_1 = 5,0 \times 10^{-5} \text{ H}$$

$$R_S = 2 \Omega$$

$$L_S = 0,1 \text{ H}$$

L'anneau est en cuivre,

$$m_1 = 12 \times 10^{-3} \text{ kg} \text{ (masse d'une spire de l'anneau)}$$

$$\ell_A = 1,0 \times 10^{-7} \text{ H} \text{ (inductance d'une spire de l'anneau)}$$

$$r_A = 1,0 \times 10^{-4} \Omega \text{ (résistance d'une spire de l'anneau)}$$

27. Calculer la valeur de l'expression précédente pour une spire de cuivre, puis pour deux spires et en déduire $\frac{F_L(2)}{F_L(1)}$, rapport des forces magnétiques agissant respectivement sur un anneau constitué de deux spires et sur un anneau d'une spire.

L'anneau est de dimensions identiques mais en aluminium.

On donne:

$$\mu_{Cu} = 3\mu_{Al} \text{ (} \mu_M \text{ : masse volumique)}$$

$$\sigma_{Cu} = 1,7\sigma_{Al} \text{ (} \sigma_M \text{ : conductivité électrique)}$$

28. Déterminer $\frac{F_L(2)}{F_L(1)}$ pour l'anneau en aluminium.

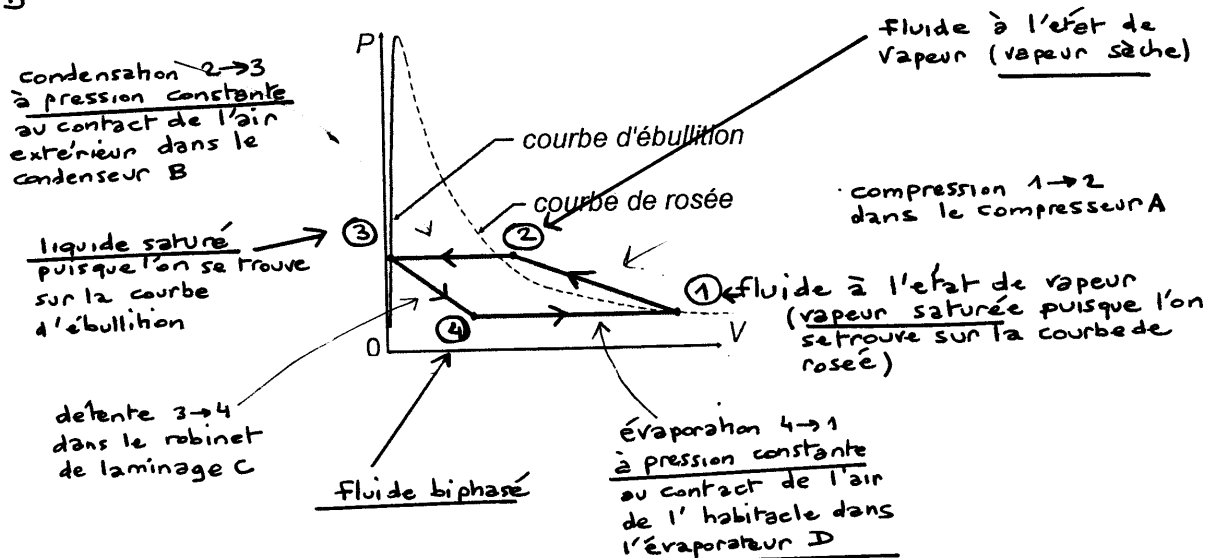
29. Interpréter F_2 .

30. Interpréter F_3 .

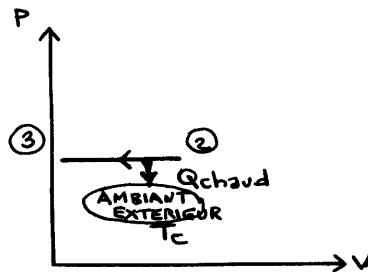
Réponses

Climatisation d'une automobile

1)



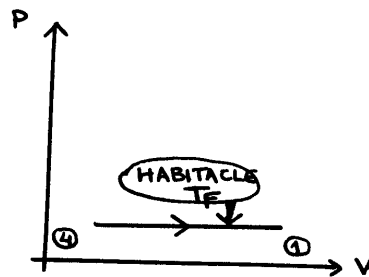
2) → dans le condenseur, le fluide perd de l'énergie vers l'ambiant extérieur puisque le fluide passe à pression constante de l'état vapeur à l'état liquide.



pour que cet échange soit spontané, il faut (cf $T_3 \leq T_2$)

$$T_3 > T_{\text{ext}} = T_c$$

→ dans l'évaporateur, le fluide gagne de l'énergie au provenance de l'habitacle puisque le fluide passe à pression constante d'un état biphasé à l'état de vapeur.



pour que cet échange soit spontané, il faut (cf $T_1 \geq T_4$)

$$T_1 < T_{int} = T_F$$

→ avec $\Delta T = 10^\circ\text{C}$

$$T_3 = T_c + \Delta T$$

$$T_1 = T_F - \Delta T$$

A.N. $T_3 = 35^\circ\text{C} + 10^\circ\text{C}$

$$T_3 = 45^\circ\text{C} \quad (318,15 \text{ K})$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 10^\circ\text{C} \quad (283,15 \text{ K})$$

→ La transformation 4→1 correspond à l'évaporation à pression constante d'un corps pur. Ce changement d'état isobare est donc aussi isotherme

$$T_4 = T_1 = 10^\circ\text{C}$$

3) En ③ : liquide saturé avec $T = T_3$

$P = P_v$ donc

$$P_3 = \exp\left(10,77 - \frac{2644}{T_3}\right)$$

$$= \exp\left(10,77 - \frac{2644}{318,15}\right)$$

$$P_3 = 11,7 \text{ bar}$$

En ④ : fluide biphase avec $T = T_4$

$P = P_v$ donc

$$P_4 = \exp\left(10,77 - \frac{2644}{T_4}\right)$$

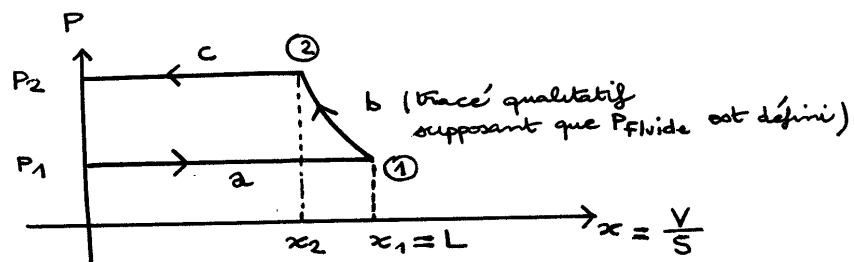
$$= \exp\left(10,77 - \frac{2644}{283,15}\right)$$

$$P_4 = 4,19 \text{ bar}$$

finalement:

$$\left| \begin{array}{l} P_1 = 4,19 \text{ bar} \\ T_1 = 283,15 \text{ K} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} P_2 = 11,7 \text{ bar} \\ T_2 = ? \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} P_3 = 11,7 \text{ bar} \\ T_3 = 318,15 \text{ K} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} P_4 = 4,19 \text{ bar} \\ T_4 = 283,15 \text{ K} \end{array} \right|$$

- 4) (remarque: on trace le diagramme de Watt. Contrairement au diagramme PV de Clapeyron, on n'étudie pas P en fn de V pour un système fermé)



5)

$$\vec{F} = -P_{\text{piston}}(x) S \vec{u}_x$$

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

$$= F dx$$

$$= -P_{\text{piston}}(x) S dx$$

$$\delta W = -P_{\text{piston}} dV$$

$$W_a = -\int_{V=0}^{V=V_1} P_{\text{piston}} dV$$

avec $P_{\text{piston}} = P_1$ (gaz)
car la transformation (a) est réversible

$$W_a = -P_1 V_1$$

$$W_c = - \int_{V=V_2}^{V=0} P_{\text{piston}} dV$$

avec $P_{\text{piston}} = P_2$ (gaz)
car la transformation (c) est réversible

$$W_c = P_2 V_2$$

La phase (b) est adiabatique donc pour le système fermé dans le cylindre, on peut écrire

$$W_b = - \int_{\text{①}}^{\text{②}} P_{\text{piston}} dV$$

avec

$$\Delta U_1^2 = W_b + \cancel{Q} \text{ nul car adiabatique}$$

$$W_b = U_2 - U_1$$

g)

$$\begin{aligned} W_{\text{atm}} &= - \oint_{\text{1 cycle}} P_{\text{atm}} dV \\ &= - P_{\text{atm}} \underbrace{\oint_{\text{cycle}} dV}_{\text{nul}} \end{aligned}$$

$$W_{\text{atm}} = 0$$

h) finalement :

$$W_{\text{TOTAL}} + \underbrace{W_{\text{atm}}}_{\text{nul}} = W_a + W_b + W_c$$

(Compresseur)

$$W_{\text{TOTAL}} = -P_1 V_1 + P_2 V_2 + (U_2 - U_1)$$

$$W_{\text{TOTAL}} = H_2 - H_1 = \Delta H$$

8) Le premier principe permet pour un système fermé d'écrire

$$\Delta U = W + Q.$$

Si on avait considéré un système de masse constante, il fallait tenir compte du travail échangé par la masse d'air avec les réservoirs et on aurait trouvé

et $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

d'où

$$C_p = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

11) Applications numériques :

$$C_p = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

$$= \frac{8,31}{0,102} \frac{1,12}{1,12 - 1}$$

$$C_p = 760 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$W_{\text{IDEAL}} / \text{kg} = C_p T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right)$$

$$= 760 \cdot 283,15 \left(\left(\frac{11,7}{4,19} \right)^{1-\frac{1}{1,12}} - 1 \right)$$

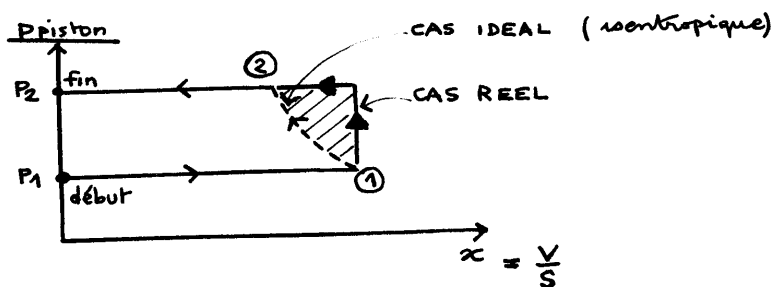
$$W_{\text{IDEAL}} / \text{kg} = 25,1 \text{ kJ. kg}^{-1}$$

$$T_{2, \text{IDEAL}} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$= 283,15 \left(\frac{11,7}{4,19} \right)^{1-\frac{1}{1,12}}$$

$$T_{2, \text{IDEAL}} = 316,1 \text{ K}$$

12)



On a déjà vu que :

$$\rightarrow W_{\text{TOTAL}} = \left(\int_{\text{debut}}^{\text{fin}} -P(x) dx \right) S$$

$$\text{(et } W_{\text{TOTAL}} = H_2 - H_1 \text{)}$$

\rightarrow au facteur multiplicatif S près, ce travail correspond à : (- Aire) du cycle.

• dans le cas IDEAL, le travail correspond à



la surface ci-dessus.

• dans le cas brusque, la surface est plus grande



donc $W_{REEL} > W_{IDEAL}$

remarques :

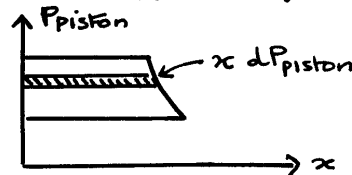
→ P_{piston} varie de P_1 à P_2 au cours de la compression or

$$W_{TOTAL} = -P_1 V_1 + P_2 V_2 - \int_1^2 P_{piston} dV$$

$$= \int_1^2 d(PV)_{piston} - \int_1^2 P_{piston} dV$$

$$W_{TOTAL} = \int_{(1)}^{(2)} V dP_{piston}$$

C'est bien l'aire du cycle (au facteur S près)



→ On a aussi (système fermé)

$$\underbrace{\Delta U}_{U_{(2)} - U_{(1)}} = \underbrace{W_{COMPRESSEUR}}_{\text{noté } W_{TOTAL}} + \underbrace{W_{ATM}}_{(nul)} + \underbrace{P_1 V_1 - P_2 V_2 + Q}_{\text{travail de transfert au niveau des réservoirs}}$$

donc

$$\underbrace{\Delta H}_{H_{(2)} - H_{(1)}} = W_{TOTAL} + \underbrace{Q}_{\text{nul ici}}$$

on vérifie $T_{2 \text{ REEL}} > T_{2 \text{ IDEAL}}$

Remarque

Au lieu d'obtenir $T_{2 \text{ REEL}}$ en considérant a+b+c, on pouvait l'obtenir par simple étude de l'étape b pendant laquelle le gaz constitue un système fermé.

Au lieu de $\Delta H = W_{\text{REEL}}(a+b+c)$

$$\Delta H_1^2 = (P_2 - P_1) V_1$$

on aurait écrit $\Delta U = W_b$

$$\Delta U_1^2 = -P_2 (V_2' - V_1)$$

ce qui aboutit au même résultat pour $T_{2 \text{ REEL}}$

17)

$$P_{\text{IDEAL}} = D \quad W_{\text{IDEAL}}/\text{kg}$$

$$P_{\text{REEL}} = D \quad W_{\text{REEL}}/\text{kg}$$

A.N.

$$P_{\text{IDEAL}} = 0,015 \times 25,1 \cdot 10^3$$

$$P_{\text{IDEAL}} = 376 \text{ W}$$

$$P_{\text{REEL}} = 0,015 \times 41,4 \cdot 10^3$$

$$P_{\text{REEL}} = 621 \text{ W}$$

18) Surconsommation en carburant sachant que

$$1 \text{ L} \rightarrow 35 \cdot 10^6 \text{ J} \times 10\%$$

$$\text{surcons. en L/h} = \frac{621}{35 \cdot 10^6 \times 10\%} \times 3600 \quad \uparrow \text{ 1 heure}$$

$$\text{surcons} = 0,62 \text{ L h}^{-1}$$

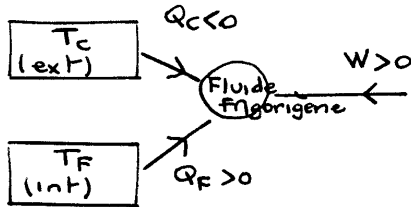
19)

$$\text{efficacité} = \frac{\text{"ce qui nous intéresse"}}{\text{"ce qu'il faut payer"}}$$

En énergie, on cherche à refroidir la voiture (puissance P_U)
et on paye en énergie au niveau du compresseur (puissance P_{REEL})

$$e_{REEL} = \frac{P_U}{P_{REEL}}$$

20) efficacité d'une climatisation :



1er principe (1 cycle)

$$Q_C + Q_F + W = \Delta U = 0$$

2ème principe (1 cycle)

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + S_{créé} = \Delta S = 0$$

$$e = \frac{Q_F}{W}$$

$$= - \frac{Q_F}{Q_C + Q_F} \quad (1er\ principe)$$

$$= - \frac{1}{\frac{Q_C}{Q_F} + 1}$$

$$= - \frac{1}{-\frac{T_C}{T_F} - \frac{T_C S_{créé}}{Q_F} + 1}$$

$$e = \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1 + \underbrace{\frac{T_C S_{créé}}{Q_F}}_{\geq 0}}$$

$$e \leq e_{CARNOT} = \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1}$$

obtenu pour $S_{créé} = 0$
(c.a.d. fonctionnement réversible)

21)

$$\begin{aligned} e_{CARNOT} &= \frac{T_F}{T_C - T_F} \\ &= \frac{293,15}{15} \end{aligned}$$

$$e_{CARNOT} = 19,5$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{IDEAL}} &= \frac{P_U}{P_{\text{IDEAL}}} \\ &= \frac{2000}{376} \end{aligned}$$

$$\epsilon_{\text{IDEAL}} = 5,3$$

($\epsilon_{\text{IDEAL}} < \epsilon_{\text{CARNOT}}$)

Le fonctionnement du compresseur est réversible
 mais il y a d'autres sources d'irréversibilité :

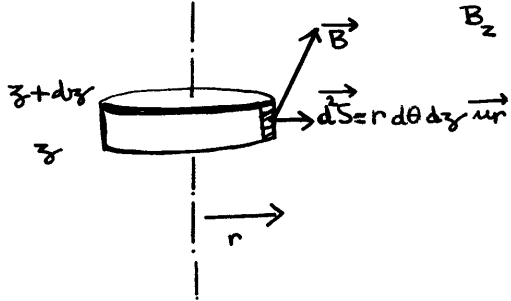
Ex : $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ donc les transferts thermiques irréversibles

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{REEL}} &= \frac{P_U}{P_{\text{REEL}}} \\ &= \frac{2000}{621} \end{aligned}$$

$$\epsilon_{\text{REEL}} = 3,2$$

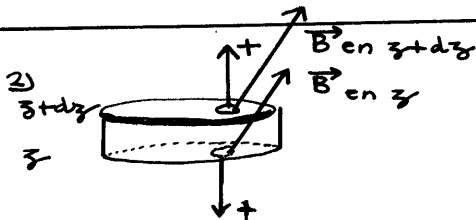
L'expérience d'Elihu Thomson

$$1) \vec{B}(r, z, t) = \underbrace{B_0(z) \cos \omega t}_{B_z} \vec{u}_z + \underbrace{B_r(r, z) \cos \omega t}_{B_r} \vec{u}_r$$



$$\begin{aligned} d\phi_{\text{lateral}} &= \int_{\text{surface latérale}} \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= \int_{\theta=0}^{2\pi} \vec{B} \cdot r d\theta dz \vec{u}_r \\ &= B_r r dz \int_0^{2\pi} d\theta \end{aligned}$$

$$d\phi_{\text{lateral}} = 2\pi r dz B_r(r, z) \cos \omega t$$



$$\begin{aligned} d\phi_{\text{bases}} &= \phi_{\text{cercle en } z+dz} + \phi_{\text{cercle en } z} \\ &= \iint_{\text{en } z+dz} \vec{B} \cdot dr r d\theta \vec{u}_z + \iint_{\text{en } z} \vec{B} \cdot dr r d\theta (-\vec{u}_z) \\ &= \frac{B_z}{z} \text{ en } z+dz \pi r^2 - \frac{B_z}{z} \text{ en } z \pi r^2 \\ &= \frac{d}{dz} (B_0(z) \cos \omega t) dz \pi r^2 \end{aligned}$$

$$d\phi_{\text{bases}} = \pi r^2 dz \frac{dB_0(z)}{dz} \cos \omega t$$

- 3) Puisque $\text{div } \vec{B} = \vec{0}$, \vec{B} est à flux conservatif.
Le flux de \vec{B} à travers le cylindre élémentaire est donc nul.

$$d\phi_{\text{cylindre}} = 0$$

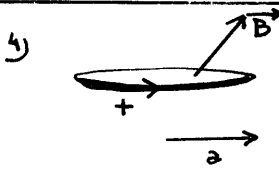
donc:

$$d\phi_{\text{latéral}} = -d\phi_{\text{bases}}$$

$$2\pi r dz B_r(r, z) \cos \omega t = -\pi r^2 dz \frac{dB_0(z)}{dz} \cos \omega t$$

$$B_r(r, z) = -\frac{r}{2} \frac{dB_0(z)}{dz}$$

$$B_r(r, z, t) = -\frac{r}{2} \frac{dB_0(z)}{dz} \cos \omega t$$



$$\phi_{\text{1 spire}} = \iint_{\text{disque rayon } a} \vec{B} \cdot d\vec{r} \cdot n \cdot d\theta \cdot \vec{u}_z$$

$$= \iint_{\text{disque rayon } a} B_z r dr d\theta$$

$$\phi_{\text{1 spire}} = B_0(z) \pi a^2 \cos(\omega t)$$

$$\phi_{\text{N spire}} = N B_0(z) \pi a^2 \cos \omega t$$

$$\phi = N \phi_0(z) \cos \omega t$$

5) Par définition de l'inductance mutuelle $M(z)$

$$\phi = M(z) i_s(t)$$

$$\phi = M(z) I_s \cos \omega t$$

6)

$$d\vec{F}_L = i_A(t) d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

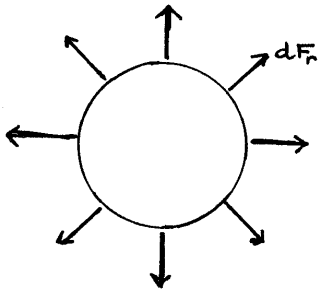
$$= i_A(t) [a d\theta \vec{u}_\theta \wedge (B_z \vec{u}_z + B_r \vec{u}_r)]$$

$$= i_A(t) [a d\theta B_z \vec{u}_r - a d\theta B_r \vec{u}_z]$$

$$d\vec{F}_L = i_A(t) \cos(\omega t) a d\theta \times [B_0(z) \vec{u}_r + \frac{a}{2} \frac{dB_0(z)}{dz} \vec{u}_z]$$

7) \vec{u}_r dépend du point considéré ... La somme des composantes

radiales est évidemment nulle



(Par calcul avec $\vec{u}_r = \cos\theta \vec{u}_z + \sin\theta \vec{u}_\theta$)

$$\int_{1 \text{ spire}} dF_x = iA(t) \cos(\omega t) B_0(z) a \underbrace{\int_0^{2\pi} \cos\theta d\theta}_{\text{nul}}$$

$$\int_{1 \text{ spire}} dF_y = iA(t) \cos(\omega t) B_0(z) a \underbrace{\int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta}_{\text{nul}})$$

donc finalement :

$$\vec{F}_L \text{ est selon } \vec{u}_z$$

8) En sommant selon \vec{u}_z

$$\vec{F}_L = N \left[\int_{1 \text{ spire}} iA(t) \cos(\omega t) a d\theta \frac{a}{2} \frac{dB_0(z)}{dz} \right] \vec{u}_z$$

$$= N iA(t) \cos(\omega t) \frac{a^2}{2} \frac{dB_0(z)}{dz} \int_0^{2\pi} d\theta \vec{u}_z$$

$$\boxed{\vec{F}_L = iA(t) N \pi a^2 \frac{dB_0(z)}{dz} \cos(\omega t) \vec{u}_z}$$

ou en 4) et 5)

$$\phi = N \pi a^2 B_0(z) \cos(\omega t) = M(z) i_s(t)$$

finalement

$$\vec{F}_L = iA(t) \frac{\partial \phi}{\partial z} \vec{u}_z$$

$$\boxed{\vec{F}_L = iA(t) i_s(t) \frac{dM(z)}{dz} \vec{u}_z}$$

9)

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \text{ et en utilisant (4)}$$

$$= - \frac{d(N \phi_0(z) \cos \omega t)}{dt}$$

$$\boxed{e = N \phi_0(z) \omega \sin(\omega t)}$$

10)

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \text{ et en utilisant (5)}$$

$$= - \frac{d}{dt} (M(z) i_s(t))$$

$$e = - M(z) \frac{di_s(t)}{dt}$$

11) Le flux propre de l'anneau est :

$$\Phi_{\text{propre}} = \iint_{\text{anneau } A} \vec{B}_{\text{propre}} \cdot d\vec{S}_A = L_A i_A(t)$$

- il est proportionnel à \vec{B}_{propre} , lui-même proportionnel au nombre de spires de A.
- il est proportionnel à la surface S_A donc au nombre de spires de A

Enfinement, le flux propre est proportionnel à N^2 .

$$L_A = N^2 l_A$$

12) Le flux du solénoïde dans l'anneau est :

$$\Phi_{\text{ext}} = \iint_{S \rightarrow A} \vec{B}_{\text{ext}} \cdot d\vec{S}_A = M i_s(t)$$

- il est proportionnel à \vec{B}_{ext}
- il est proportionnel à la surface S_A donc au nombre de spires de A.

Donc, le flux extérieur est proportionnel à N.

$$M = N M_1$$

remarque:

Les résultats en 4) et 5) donnent :

$$M_{(z)} = N \underbrace{\frac{\Phi_0(z)}{I_s}}_{M_1}$$

13) On suppose L_A nul donc le flux dans l'anneau est, en l'absence de flux propre :

$$\begin{aligned} \Phi &= M i_s(t) \\ e &= -M \frac{di_s(t)}{dt} \end{aligned}$$

On applique la loi des circuits :

$$e = R_A i_A(t)$$

Finalement:

$$i_A(t) = - \frac{M}{R_A} \frac{d\psi(t)}{dt}$$

$$i_A(t) = \frac{M}{R_A} I_S \omega \sin(\omega t)$$

14)

$$\begin{aligned} \vec{F}_L(z, t) &= i_A(t) \nu_S(t) \frac{dM}{dz} \vec{u}_z \\ &= \frac{M}{R_A} I_S \omega \sin(\omega t) I_S \cos(\omega t) \frac{dM}{dz} \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\vec{F}_L(z, t) = \frac{\omega}{R_A} I_S^2 \frac{1}{2} \frac{dM^2}{dz} \sin(\omega t) \cos(\omega t) \vec{u}_z$$

15)

$$\langle \vec{F}_L(z, t) \rangle = \frac{\omega}{R_A} I_S^2 \frac{1}{2} \frac{dM^2}{dz} \underbrace{\langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle}_{\text{nul}} \vec{u}_z$$

$$\langle \vec{F}_L(z, t) \rangle = \vec{0}$$

16) Cette première approche ne convient pas.

Elle n'explique même pas F_1 : on trouve $F_L = 0$
l'anneau n'est pas projeté vers le haut.

17) On suppose L_A non nul mais R_A nul.

On tient compte du flux propre :

$$\phi = M \nu_S(t) + L_A i_A(t)$$

$$e = - \left(M \frac{d\nu_S(t)}{dt} + L_A \frac{di_A(t)}{dt} \right)$$

avec (loi des circuits)

$$e = \frac{R_A}{\text{nul}} i_A(t)$$

$$= 0$$

donc
$$L_A(t) = -\frac{M}{L_A} I_S(t) + \text{conste}$$

$$L_A(t) = -\frac{M}{L_A} I_S \cos(\omega t)$$

18)

$$\begin{aligned} \vec{F}_L(z, t) &= L_A(t) I_S(t) \frac{dM}{dz} \vec{u}_z \\ &= -\frac{M}{L_A} I_S \cos(\omega t) I_S \cos(\omega t) \frac{dM}{dz} \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\vec{F}_L(z, t) = -\frac{1}{2L_A} \frac{dM^2}{dz} I_S^2 \cos^2(\omega t) \vec{u}_z$$

19)

$$\langle \vec{F}_L(z, t) \rangle = -\frac{1}{2L_A} \frac{dM^2}{dz} I_S^2 \underbrace{\langle \cos^2(\omega t) \rangle}_{1/2} \vec{u}_z$$

$$\langle \vec{F}_L(z, t) \rangle = -\frac{1}{4L_A} \frac{d(M^2)}{dz} I_S^2 \vec{u}_z$$

20)

$|M|$ est une fonction décroissante de z

donc $\frac{d(M^2)}{dz} < 0$ ($L_A > 0$ et $I_S^2 > 0$)

et $\langle F_L(z, t) \rangle$ est donc positif

L'anneau est donc projeté vers le haut et F_1 est vérifié

21)

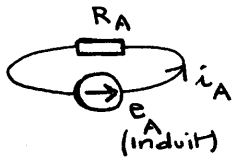
L_A est en N^2

M^2 est en N^2

$\langle F_L(z, t) \rangle$ est donc, avec ce modèle, indépendant de N . Dans la mesure où le poids de l'anneau est, lui, proportionnel à N , l'anneau $N=2$ de masse double par rapport à l'anneau $N=1$ devrait alors, d'après la théorie, se stabiliser plus bas.

F_2 n'est pas vérifié

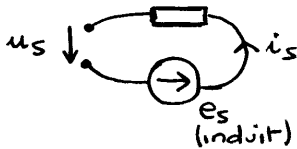
22) Pour l'anneau:



$$0 = -e_A(t) + R_A i_A(t)$$

$$0 = L_A \frac{di_A}{dt} + M \frac{di_S}{dt} + R_A i_A$$

Pour le solénoïde



$$u_S(t) = -e_S(t) + R_S i_S(t)$$

$$U_0 \cos \omega t = L_S \frac{di_S}{dt} + M \frac{di_A}{dt} + R_S i_S$$

23) On travaille en amplitudes complexes :

Ex: pour $u_S(t) = U_0 \cos \omega t$
 $\underline{u}_S = U_0 \exp(j\omega t)$

donc l'amplitude complexe sera U_0 (on n'écrit pas le $\exp(j\omega t)$)

Les deux équations deviennent :

$$0 = jL_A \omega \underline{I}_A + jM\omega \underline{I}_S + R_A \underline{I}_A$$

$$U_0 = jL_S \omega \underline{I}_S + jM\omega \underline{I}_A + R_S \underline{I}_S$$

soit :

$$0 = \underline{Z}_A \underline{I}_A + \underline{Z}_{AS} \underline{I}_S$$

$$U_0 = \underline{Z}_S \underline{I}_S + \underline{Z}_{AS} \underline{I}_A$$

$$\text{avec } \underline{Z}_A = R_A + jL_A \omega$$

$$\underline{Z}_S = R_S + jL_S \omega$$

$$\underline{Z}_{AS} = jM\omega$$

On résout

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{Z}_A U_0}{\underline{Z}_A \underline{Z}_S - \underline{Z}_{AS}^2}$$

$$\underline{I}_A = -\frac{\underline{Z}_{AS} U_0}{\underline{Z}_A \underline{Z}_S - \underline{Z}_{AS}^2}$$

24)

$$\text{avec } \underline{Z}_A \underline{Z}_S - \underline{Z}_{AS}^2 = (\underline{D})^2$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_S &= \frac{\underline{Z}_A}{(\underline{D})^2} U_0 \\ &= \frac{|\underline{Z}_A|}{|\underline{D}|^2} U_0 \exp j(\varphi_A - 2\varphi_D)\end{aligned}$$

$$i_S(t) = \frac{|\underline{Z}_A|}{|\underline{D}|^2} U_0 \cos(\omega t + \varphi_A - 2\varphi_D)$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= -\frac{\underline{Z}_{AS}}{(\underline{D})^2} U_0 \\ &= -\frac{|\underline{Z}_{AS}|}{|\underline{D}|^2} U_0 \exp j(\varphi_{AS} - 2\varphi_D)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}i_A(t) &= -\frac{|\underline{Z}_{AS}|}{|\underline{D}|^2} U_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} - 2\varphi_D) \\ &= \frac{|\underline{Z}_{AS}|}{|\underline{D}|^2} U_0 \sin(\omega t - 2\varphi_D)\end{aligned}$$

$$i_A(t) = \frac{M\omega}{|\underline{D}|^2} U_0 \sin(\omega t - 2\varphi_D)$$

25)

$$\begin{aligned}F_L(z, t) &= i_A(t) i_S(t) \frac{dM}{dz} \\ &= \frac{M |\underline{Z}_A| \omega U_0^2}{|\underline{D}|^4} \frac{dM}{dz} \sin(\omega t - 2\varphi_D) \times \\ &\quad \cos(\omega t - 2\varphi_D + \varphi_A)\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}\cos(\omega t - 2\varphi_D + \varphi_A) \\ = \cos(\omega t - 2\varphi_D) \cos \varphi_A - \sin(\omega t - 2\varphi_D) \sin \varphi_A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_L(z, t) &= \frac{|\underline{Z}_A| U_0^2 \omega}{|\underline{D}|^4} \frac{1}{2} \frac{dM^2}{dz} \times \\ &\quad \left[\sin(\omega t - 2\varphi_D) \cos(\omega t - 2\varphi_D) \cos \varphi_A \right. \\ &\quad \left. - \sin^2(\omega t - 2\varphi_D) \sin \varphi_A \right]\end{aligned}$$

et en tenant compte de

$$\langle \sin(\omega t - 2\varphi_D) \cos(\omega t - 2\varphi_D) \rangle = 0$$

$$\langle \sin^2(\omega t - 2\varphi_D) \rangle = \frac{1}{2}$$

on obtient :

$$\langle F_L(z, t) \rangle = - \frac{|Z_A|}{|D|^4} U_0^2 \omega \frac{1}{2} \frac{dM^2}{dz} \frac{1}{2} \sin \varphi_A$$

$$\langle F_L(z, t) \rangle = - \frac{1}{4} \omega U_0^2 \frac{dM^2}{dz} \frac{|Z_A|}{|D|^4} \sin \varphi_A$$

26) avec $Z_A = R_A + jL_A\omega$ donc: $|Z_A| = \sqrt{R_A^2 + L_A^2\omega^2}$
 $\sin \varphi_A = \frac{L_A\omega}{\sqrt{R_A^2 + L_A^2\omega^2}}$

- $|D|^2 = Z_A Z_S + M^2\omega^2$
 $= (R_A + jL_A\omega)(R_S + jL_S\omega) + M^2\omega^2$
 $= R_A R_S - \omega^2(L_A L_S - M^2) + j\omega(R_A L_S + R_S L_A)$
 $|D|^4 = (R_A R_S - \omega^2(L_A L_S - M^2))^2 + \omega^2(R_A L_S + R_S L_A)^2$

$$\langle F_L \rangle = - \frac{1}{4} \omega U_0^2 \frac{dM^2}{dz} \frac{L_A \omega}{(R_A R_S - \omega^2(L_A L_S - M^2))^2 + \omega^2(R_A L_S + R_S L_A)^2}$$

$$= - \frac{1}{4} \omega^2 U_0^2 \frac{d(NM_1)^2}{dz} l_A \frac{N^2}{(N^2 R_S - \omega^2 N^2 (L_A L_S - M_1^2))^2 + \omega^2 (N^2 L_S + N^2 R_S l_A)^2}$$

Enfinement:

$$\langle F_L \rangle = - \frac{1}{4} \omega^2 U_0^2 \frac{d(M_1)^2}{dz} l_A \frac{N^2}{(R_A R_S - \omega^2 N (L_A L_S - M_1^2))^2 + \omega^2 (R_A L_S + N l_A R_S)^2}$$

$$\langle F_L \rangle \propto \frac{N^2}{(R_A R_S - \omega^2 N (L_A L_S - M_1^2))^2 + \omega^2 (R_A L_S + N l_A R_S)^2}$$

cuivre

27) $F_{L(1)} \propto \frac{1}{(10^{-4} \times 2 - (100\pi)^2 (10^{-7} \times 91 - (5 \cdot 10^{-5})^2))^2 + (100\pi)^2 (10^{-4} \times 91 + 10^{-7} \cdot 2)^2}$

$F_{L(1)} \propto 94,7 \cdot 10^3$ (en Ω^{-4})

$F_{L(2)} \propto 324,8 \cdot 10^3$

$$\frac{F_L(2)}{F_L(1)} \text{ cuivre} = 3,43$$

aluminium

28)

il faut tenir compte de la nouvelle valeur de r_A

$$\frac{r_A(\text{Al})}{r_A(\text{Cu})} = \frac{\sigma(\text{Cu})}{\sigma(\text{Al})} = 1,7$$

$$r_A(\text{Al}) = 1,0 \cdot 10^{-4} \times 1,7$$

$$F_L(1) \propto 34,1 \cdot 10^3$$

$$F_L(2) \propto 128,3 \cdot 10^3$$

$$\frac{F_L(2)}{F_L(1)} \text{ aluminium} = 3,77$$

29) Pour le cuivre, avec deux spires, la force est $\times 3,4$ alors que le poids est $\times 2$ seulement

Pour l'aluminium, la force est $\times 3,8$ alors que le poids est $\times 2$

L'anneau, avec deux spires, se stabilise donc plus haut conformément à F_2 .

30)

$$\frac{F_L(1) \text{ Cu}}{F_L(1) \text{ Al}} = 2,78$$

$$\frac{F_L(2) \text{ Cu}}{F_L(2) \text{ Al}} = 2,53$$

alors que

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\text{Al}}} = \frac{M(\text{Cu})}{M(\text{Al})} = 3$$

Le poids triple pour Cu, quand la force de Laplace est seulement $\times 2,5$ ou $2,8$ par rapport à Al.

L'anneau de cuivre monte un peu moins haut conformément à F_3 .